Prof. Dr. N.Mahnke

Zusatzübungen 09 zum mathematischen Vorkurs der MVHS

1. Stellen Sie jeweils eine Bildungsvorschrift ($a_n =?$) zu den gegebenen Zahlenfolgen auf:

   (a)
   $$1;\ 7;\ 13;\ 19;\ 25;\ 31;\ (37);\ \ldots \quad \Rightarrow \quad (a_n)_{n\in\mathbb{N}} = 1{+}6{\cdot}(n{-}1)$$

   (b)
   $$1;\ -1;\ 2;\ -2;\ 3;\ -3;\ 4;\ -4;\ (5);\ \ldots \quad \Rightarrow \quad (a_n)_{n\in\mathbb{N}} = 1{-}2{+}3{-}4{+}\ldots{+}(-1)^{n-1}n$$

   (c)
   $$1;\ 5;\ -4;\ 12;\ -13;\ 23;\ -26;\ (55);\ \ldots \quad \Rightarrow \quad (a_n)_{n\in\mathbb{N}} = 1^2{+}\left(2^2 - 3^2 + \ldots + (-1)^{n-1}n^2\right)$$

   (d)
   $$2;\ \frac{9}{4};\ \frac{64}{27};\ \frac{625}{256};\ \frac{7776}{3125};\ \left(\frac{117649}{46656}\right);\ \ldots \quad \Rightarrow \quad (a_n)_{n\in\mathbb{N}} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

   (e)
   $$3;\ \frac{11}{2};\ \frac{19}{3};\ \frac{27}{4};\ 7;\ \frac{43}{6};\ \frac{51}{7};\ \left(\frac{59}{8}\right)\ldots \quad \Rightarrow \quad (a_n)_{n\in\mathbb{N}} = 8{-}\frac{5}{n}$$

   Wie lautet nach Ihrer Bildungsvorschrift jeweils die nächste Zahl der Folge? (selber)

2. Notieren Sie drei verschiedene Zahlenfolgen welche als fünfte Zahl $\frac{\sqrt{3}}{4}$ aufweisen.

   $$\begin{aligned} \text{z.B.}\quad (a_n)_{n\in\mathbb{N}} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \\ (b_n)_{n\in\mathbb{N}} &= (6-n)\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} \\ (c_n)_{n\in\mathbb{N}} &= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{(-1)^{(n-1)}} \end{aligned}$$

3. Bestimmen Sie, wenn möglich, jeweils den Grenzwert der angegebenen Zahlenfolge

   (a)
   $$a_n = \frac{3}{n} - 5 \quad \Rightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = -5$$

   (b)
   $$b_n = \frac{3n^2 - 6n + 8}{n + 7n - 13n^2 - 6} \quad \Rightarrow \lim_{n\to\infty} b_n = -\frac{3}{13}$$

   (c)
   $$c_n = \frac{\sqrt{3n}}{n} \quad \Rightarrow \lim_{n\to\infty} c_n = 0$$

(d)

$$d_n = \frac{n!}{6-(n-5)} \quad \Rightarrow \lim_{n\to\infty} d_n = -\infty$$

(e)

$$e_n = \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n \quad \Rightarrow \lim_{n\to\infty} e_n = e^{-3}$$

(f)

$$f_n = \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n \quad \Rightarrow \lim_{n\to\infty} f_n = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}$$

(g)

$$g_n = \frac{\sqrt{n^3 - 2n^2 + n}}{(n-1)^3} \quad \Rightarrow \lim_{n\to\infty} g_n = 0$$