

Prof. Dr. N.Mahnke

Zusatzübungen 08 zum mathematischen Vorkurs der MVHS

1. Bestimmen Sie die folgenden Kombinationen der Vektoren

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -0,25 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

jeweils grafisch und algebraisch:

(a)

$$3\vec{u} - 2\vec{v} + 0,5\vec{w}$$

(b)

$$\vec{u} + 4\vec{v} - 2\vec{w}$$

2. Berechnen Sie den Betrag des folgenden Vektors \vec{u} . Gibt es Werte von a , für welche der Betrag zu eins wird?

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}$$

3. Untersuchen Sie, ob die folgenden Dreiecke gleichschenkelig, rechtwinklig oder sogar gleichseitig sind.

(a)

$$A_2(1/0/2); B_2(10/8/10); C_2(12/2/8)$$

(b)

$$A_3(1/1/1); B_3(4/4/1); C_3(2,5/2,5/\sqrt{12},5)$$

4. Gegeben sind die drei Vektoren

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ c \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie jeweils paarweise das Skalarprodukt der drei Vektoren x, y, z und bestimmen Sie den eingeschlossenen Winkel zwischen x und y .
- (b) Berechnen Sie einen Vektor w , der orthogonal zu x und zu y ist.
- (c) Gibt es einen Wert von $c \in \mathbb{R}$, so dass das von y und z aufgespannt Dreieck gerade den Flächeninhalt 1 besitzt?

5. Geben Sie jeweils den maximalen Definitionsbereich für die folgenden Funktionen an:

(a)

$$f(x) = 7x - \sqrt{x}$$

(b)

$$f_1(x) = \sqrt{\frac{x^2}{1-x^2}}$$

(c)

$$f_3(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 6x + 8}$$

(d)

$$f_4(x) = x^x$$

(e)

$$f_5(x) = \frac{x}{x}$$

6. Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen, so wie die Bereiche positiver und negativer Funktionswerte:

(a)

$$f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$$

(b)

$$f(x) = \cos(\arctan(x))$$

(c)

$$f(x) = \coth(x)$$

7. Zeigen Sie, dass die folgende Funktion beschränkt ist

$$f(x) = \frac{10}{1+x^2}$$

und finden Sie eine Schranke für f . Welches Monotonieverhalten zeigt die Funktion auf \mathbb{R}^+ ?

8. Seien die folgenden Funktionsterme gegeben $f(x) = x^2 - 3$ und $g(x) = x + x^3$. Bestimmen Sie die Symmetrie der folgenden Kompositionen $f \pm g$, $f \cdot g$, $f \circ g$ und bestimmen Sie, wenn möglich, den Term der Umkehrfunktion zu $\frac{g(x)}{f(x) \cdot x}$.

9. Gibt es Funktionen welche zugleich gerade und ungerade sind?