

Prof. Dr. N.Mahnke

Zusatzübungen 06 zum mathematischen Vorkurs der MVHS: Lösungen

1. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungssysteme:

$$(a) \quad \begin{array}{rcl} -x_1 + x_2 & = & 1 \\ -2x_1 + 2x_2 & = & 5 \end{array} \Rightarrow \mathbb{L} = \{ \cdot \}$$

$$(b) \quad \begin{array}{rcl} \frac{1}{u} + \frac{2}{v} & = & 1 \\ -\frac{2}{u} + \frac{1}{2v} & = & 2 \end{array} \Rightarrow \mathbb{L} = \left\{ u = -\frac{9}{7} \wedge v = \frac{9}{8} \right\}$$

$$(c) \quad \begin{array}{rcl} \frac{x+y}{x} & = & 3 \\ x - y & = & 1 \end{array} \Rightarrow \mathbb{L} = \{ x = -1 \wedge y = -2 \}$$

2. Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme mit Hilfe des Gaußverfahrens

$$(a) \quad \begin{array}{rcl} x - y & = & -2 \\ 3x - 4y & = & 4 \end{array} \Rightarrow \mathbb{L} = \{ x = -12 \wedge y = -10 \}$$

$$(b) \quad \begin{array}{rcl} x - y + 2z & = & 11 \\ x + y - 2z & = & -7 \\ 3x - 3y + 5z & = & 32 \end{array} \Rightarrow \mathbb{L} = \{ (x; y; z) = (2; -7; 1) \}$$

3. Lösen Sie die folgenden Aufgaben (soweit möglich) durch das Aufstellen des LGS und anschließender Anwendung des Gaußverfahrens:

- (a) Eine zweistellige Zahl ist restlos durch 9 teilbar. Vertauscht man ihre Ziffern, so ergibt sich eine Zahl, welche um ihre Quersumme größer ist.
Die gesuchte Zahl ist 45.
- (b) Zwei Zahlen verhalten sich wie 2 : 3; die Summe ihrer Kehrwerte ist 5.
Die gesuchten Zahlen sind $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$.

(c) Die Quadrate zweier natürlicher Zahlen unterscheiden sich um 93. Welches sind die gesuchten Zahlen?

x : erste Zahl, y : zweite Zahl, mit $x > y$

i. 1. Fall:

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 = 93 &\Rightarrow (x - y)(x + y) = 1 \cdot 93 \\ &\Rightarrow x = 47, y = 46\end{aligned}$$

ii. 2. Fall:

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 = 93 &\Rightarrow (x - y)(x + y) = 3 \cdot 31 \\ &\Rightarrow x = 17, y = 14\end{aligned}$$

4. Wie viel Zinsen bringen 250.000GE bei 5% Verzinsung (p.a.) in 7 Jahren?
 $Z_7 \approx 101.775,11GE$
5. Wie hoch muss der Zinssatz (p.a.) sein, damit 250.000GE in 7 Jahren 250.000GE Zinsen bringen? $i \approx 10,4\%$
6. Wie viele Jahre müssen 250.000GE bei 5% (p.a.) verzinst werden, damit sie 500.000GE Zinsen bringen? $n \approx 22,517[\text{Jahre}]$
7. Wie hoch muss das Anfangskapital sein, damit es bei 5% Verzinsung (p.a.) nach 8 Jahren 1.000 GE Zinsen erbracht haben wird? $K_0 \approx 2.094,44GE$
8. Erstellen Sie einen Tilgungsplan zu einer Ratentilgung für die Rückzahlung eines Kredits von 150.000EUR über 15Jahre bei einem Zinssatz von 2,5% pro Jahr.

k	S(k-1)	Z(k)	T(k)	A(k)	S(k)
1	150.000,00	3750	10000	13750	140.000,00
2	140.000,00	3500	10000	13500	130.000,00
3	130.000,00	3250	10000	13250	120.000,00
4	120.000,00	3000	10000	13000	110.000,00
5	110.000,00	2750	10000	12750	100.000,00
6	100.000,00	2500	10000	12500	90.000,00
7	90.000,00	2250	10000	12250	80.000,00
8	80.000,00	2000	10000	12000	70.000,00
9	70.000,00	1750	10000	11750	60.000,00
10	60.000,00	1500	10000	11500	50.000,00
11	50.000,00	1250	10000	11250	40.000,00
12	40.000,00	1000	10000	11000	30.000,00
13	30.000,00	750	10000	10750	20.000,00
14	20.000,00	500	10000	10500	10.000,00
15	10.000,00	250	10000	10250	0,00