Nullstellen und Faktorisierung

Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen zu den folgenden rationalen Funktionen und schreiben Sie, wenn möglich, den Funktionsterm als Produkt von Linearfaktoren.

Lösungen:

1. $$f(x) = (x{-}2)(x{+}2); \quad N_1(2/0), \quad N_2(-2/0)$$

2. $$f_1(x) = x(x{-}(3{+}2\sqrt{2}))(x{-}(3{-}2\sqrt{2})); \quad N_0(0/0), \quad N_1(3{-}2\sqrt{2}/0), \quad N_2(3{-}2\sqrt{2}/0)$$

3. $$f_2(x) = (x{+}5)(x^2{+}2); \quad N_0(-5/0)$$

4. $$f_3(x) = 3(x{-}1)(x{+}2)(x{-}3); \quad N_0(1/0), \quad N_1(-2/0), \quad N_2(3/0)$$

5. $$f_4(x) = 4(x{+}3)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right); \quad N_0(-3/0), \quad N_1\left(-\frac{1}{2}\Big/0\right), \quad N_2\left(\frac{1}{2}\Big/0\right)$$

6. $$f_5(x) = (x{-}\sqrt{2}\,)^2(x{+}\sqrt{2}\,)^2; \quad N_0(\sqrt{2}/0), \quad N_1(-\sqrt{2}/0)$$

7. $$f_6(x) = x(x{+}2)(x^2{-}2x{+}4); \quad N_0(0/0), \quad N_1(-2/0)$$

8. $$f_7(x) = (x{+}1)^5; \quad N_0(-1/0)$$

9. $$f_8(x) = 64(x{+}5)\left(x - \frac{1}{8}\right)\left(x + \frac{1}{8}\right); \quad N_0(-5/0), \quad N_1\left(-\frac{1}{8}\Big/0\right), \quad N_2\left(\frac{1}{8}\Big/0\right)$$

10. $$f_9(x) = 56(x{+}1)\left(x - \frac{1}{8}\right)\left(x + \frac{1}{7}\right); \quad N_0(-1/0), \quad N_1\left(\frac{1}{8}\Big/0\right), \quad N_2\left(-\frac{1}{7}\Big/0\right)$$

Berechnen Sie die folgenden Polynomdivisionen (Achtung, es können auch Reste auftreten):

Lösungen:

1. $$(x^2+10x+21) : (x+3) = x+7$$

2. $$(7,5x^2+8x+2) : (3x+2) = 2,5x+1$$

3. $$(2x^3+10x^2+8x) : (x+4) = 2x^2+2x$$

4. $$(4x^3+10x^2+6x+4) : (2x+4) = 2x^2+x+1$$

5. $$(4x^4+3x^2+2x) : (2x+1) = 2x^3-x^2+2x$$

6. $$(-3x^4-x^3+7x^2+4x) : (3x+4) = -x^3+x^2+x$$

7. $$(-3x^6+5x^5+8x^4+2x^3-5) : (3x^2+x) = -x^4+2x^3+2x^2-\frac{5}{3x^2+x}$$

8. $$(3x^4+8x^3+x^2-2x) : (3x^2+2x) = x^2+2x-1$$

9. $$(6x^7+10x^5+6x^4+4x^3+4x^2) : (3x^3+2x) = 2x^4+2x^2+2x$$

10. $$(2x^8+8x^7-7x^6+9x^5-26x^4+18x^3-20x^2+17x) : (x^4+4x^3-4x^2+4x-5) = 2x^4+x^2-3x+\frac{2x^3-3x^2+2x}{x^4+4x^3-4x^2+4x-5}$$