

Extrema von Funktionen

Bestimmen Sie, wenn möglich, Art und Lage aller lokalen bzw. globalen Extrema zu folgenden Funktionen.

Lösungen:

1.

$$f(x) = x - 5 \Rightarrow f'(x) = 1 \Rightarrow \text{Es liegen keine Extrema vor.}$$

2.

$$f_1(x) = 6 - x - 3x^2 \Rightarrow f_1'(x) = -6x - 1 \Rightarrow E\left(-\frac{1}{6} / \frac{73}{12}\right) \text{ HOP}$$

3.

$$\begin{aligned} f_2(x) = 7x - x^3 &\Rightarrow f_2'(x) = 7 - 3x^2 \\ &\Rightarrow E_1\left(\sqrt{\frac{7}{3}} / \frac{14\sqrt{21}}{9}\right) \text{ HOP}, E_2\left(-\sqrt{\frac{7}{3}} / -\frac{14\sqrt{21}}{9}\right) \text{ TIP} \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} f_3(x) = x^3 - 6x^2 + x - 12 &\Rightarrow f_3'(x) = 3x^2 - 12x + 1 \\ &\Rightarrow E_1\left(6 + \sqrt{35} / 846 + 143\sqrt{35}\right) \text{ HOP} \\ &\quad, E_2\left(6 - \sqrt{35} / 846 - 143\sqrt{35}\right) \text{ TIP} \end{aligned}$$

5.

$$f_4(x) = x^4 - 32x + 9 \Rightarrow f_4'(x) = 4x^3 - 32 \Rightarrow E(2 / -41) \text{ TIP}$$

6.

$$\begin{aligned} f_5(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 10 &\Rightarrow f_5'(x) = 3x^2 + 10x + 2 \\ &\Rightarrow E_1\left(\frac{-5 + \sqrt{19}}{3} / \frac{-2(55 + 19\sqrt{19})}{27}\right) \text{ TIP} \\ &\quad, E_2\left(\frac{-5 - \sqrt{19}}{3} / \frac{2(-55 + 19\sqrt{19})}{27}\right) \text{ HOP} \end{aligned}$$

7.

$$f_6(x) = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow f_6'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow \text{Es liegen keine Extrema vor.}$$

8.

$$f_7(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1} \Rightarrow f_7'(x) = \frac{-4x}{(x^2-1)^2} \Rightarrow E(0/-1) \text{ HOP}$$

9.

$$f_8(x) = \frac{x^2+x}{x^2-1} \Rightarrow f_8'(x) = \frac{-1}{(x^2-1)^2} \Rightarrow \text{Es liegen keine Extrema vor.}$$

10.

$$f_9(x) = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow f_9'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow E(0/1) \text{ HOP}$$

11.

$$\begin{aligned} f_{10}(x) = \ln(x^3 - 6x^2 + 7) &\Rightarrow f_{10}'(x) = \frac{3x(x-4)}{x^3 - 6x^2 + 7} \\ &\Rightarrow E(0/\ln(7)) \text{ HOP} \end{aligned}$$