

Ableitungen von Funktionen

Bestimmen Sie die Steigungen der Tangenten an die folgenden Funktionen in den gegebenen Punkten, indem Sie erst den Differenzenquotienten und anschließend den Differentialquotienten bilden.

Lösungen:

1.

$$f(x) = x \quad x_0 = 5 \quad \Rightarrow \quad m = 1$$

2.

$$f(x) = x^3 \quad x_0 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{3}{4}$$

3.

$$f(x) = x^{-2} \quad x_0 = 2 \quad \Rightarrow \quad m = -\frac{1}{4}$$

4.

$$f(x) = x(x-1)^2 \quad x_0 = 3 \quad \Rightarrow \quad m = 16$$

5.

$$f(x) = \frac{1}{x-3} \quad x_0 = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad m = -\frac{16}{121}$$

6.

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x} \quad x_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{nicht möglich}$$

Bestimmen Sie die jeweilige Ableitung der folgenden ganzrationalen Funktionen.

Lösungen:

1.

$$f(x) = 4 \Rightarrow f'(x) = 0$$

2.

$$f(x) = 3x - 4 \Rightarrow f'(x) = 3$$

3.

$$f(x) = 2x^2 - x + 5 \Rightarrow f'(x) = 4x - 1$$

4.

$$f(x) = x(x-1)^2 - x^3 + x^{100} \Rightarrow f'(x) = 100x^{99} - 4x + 1$$

5.

$$f(x) = x^5 - x^3 x^2 + \frac{x^3}{3} \Rightarrow f'(x) = x^2$$

6.

$$f(x) = \frac{2x^2 - x^4 - 4}{12} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}(x - x^3)$$

Bestimmen Sie die jeweilige Ableitung der folgenden Funktionen auf zwei möglichen Wegen.

Lösungen:

1.

$$f(x) = x^2 \cdot (x-3) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x$$

2.

$$f(x) = (3x^2 + 7x - 3) \cdot (x-1)^2 \Rightarrow f'(x) = (12x^2 + 15x - 13)(x-1)$$

Bestimmen Sie den Steigungswinkel zu den folgenden ganzrationalen Funktionen am angegebenen Punkten.

Lösungen:

1.

$$f(x) = 2 \quad x_0 = 17 \Rightarrow m = 0 \Rightarrow \alpha = 0^\circ$$

2.

$$f(x) = 2x - 5 \quad x_0 = -3 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63,43^\circ$$

3.

$$f(x) = 4x^4 - x^2 + 5x + 1 \quad x_0 = 7 \Rightarrow m = 5479 \Rightarrow \alpha \approx 90,00^\circ$$

4.

$$f(x) = (x+2)^2 x - x^2 + x^{10} \quad x_0 = 0 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow \alpha \approx 75,96^\circ$$

5.

$$f(x) = x^4 - x^2 \frac{3x^2 + 1}{3} \quad x_0 = \frac{-1}{3} \Rightarrow m = \frac{2}{9} \Rightarrow \alpha \approx 12,53^\circ$$

6.

$$f(x) = \frac{3x^5 - 5x^3 - 7,5x^2}{15} \quad x_0 = 3 \Rightarrow m = 69 \Rightarrow \alpha \approx 89,17^\circ$$

7.

$$f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 6x - 3 \quad \begin{array}{l} x_0 = 1, \Rightarrow m = 0 \Rightarrow \alpha = 0^\circ \\ x_1 = -2, \Rightarrow m = 0 \Rightarrow \alpha = 0^\circ \\ x_2 = -3, \Rightarrow m = 0 \Rightarrow \alpha = 0^\circ \end{array}$$

8.

$$f(x) = 4x^3 - x^2 - x + 5 \quad \begin{array}{l} x_0 = \frac{1}{2}, \Rightarrow m = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ \\ x_1 = \frac{1}{3}, \Rightarrow m = -\frac{1}{3} \Rightarrow \alpha \approx 161,57^\circ \\ x_2 = -\frac{1}{4}, \Rightarrow m = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha \approx 14,04^\circ \end{array}$$