

Folgen und Grenzwerte

Stellen Sie jeweils eine Bildungsvorschrift zu der gegebenen Zahlenfolge auf.

Lösungen:

1.

$$1; 7; 13; 19; 25; 31; \dots \Rightarrow (a_n)_{n \in \mathbb{N}} = 1 + 6 \cdot (n-1)$$

2.

$$-1; 1; -1; 1; -1; 1; \dots \Rightarrow (a_n)_{n \in \mathbb{N}} = (-1)^n$$

3.

$$1; -1; 2; -2; 3; -3; 4; -4; \dots \Rightarrow (a_n)_{n \in \mathbb{N}} = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n-1} n$$

4.

$$1; 5; -4; 12; -13; 23; -26; \dots \Rightarrow (a_n)_{n \in \mathbb{N}} = 1^2 + (2^2 - 3^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2)$$

5.

$$2; \frac{9}{4}; \frac{64}{27}; \frac{625}{256}; \frac{7776}{3125}; \dots \Rightarrow (a_n)_{n \in \mathbb{N}} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

6.

$$3; \frac{11}{2}; \frac{19}{3}; \frac{27}{4}; 7; \frac{43}{6}; \frac{51}{7}; \dots \Rightarrow (a_n)_{n \in \mathbb{N}} = 8 - \frac{5}{n}$$

Bestimmen Sie die Grenzwerte ($n \rightarrow \infty$) der gegebenen Zahlenfolgen. Welche dieser Zahlenfolgen sind konvergent?

Lösungen:

1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^3} = 0 \quad \text{konv.}$$

2.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{-3} + n^2) = \infty \quad \text{div.}$$

3.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(8 - \frac{4}{n^2} \right) = 8 \quad \text{konv.}$$

4.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^3 - \frac{n^2}{2} + n(n^3 - 1) \right) = \infty \quad \text{div.}$$

5.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^4 - 3n^2 + 5}{(1 - n^2)(3 + n)n} \right) = -6 \quad \text{konv.}$$

6.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n \cdot n \cdot n + 3}{n^2 + n} \right) = \infty \quad \text{div.}$$

7.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(1 - n)(1 + n)}{(n^2 + 1)(n + 1)} \right) = 0 \quad \text{konv.}$$

8.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{e^{-n} + 1}{e^n} \right) = 0 \quad \text{konv.}$$