

Aus Barth: Algebra: Klasse 10; Ehrenwirth Verlag

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

20. a) $(2a^3b^{-1})^{-4}$ b) $\left(\frac{x^2y}{z^3}\right)^{-3}$ c) $(64a^{-6}b^7)^0$ d) $\left(\frac{0,5a^{-4}c^6}{0,2^{-1}}\right)^{-1}$

e) $(abc)^n$ f) $(a^{-n}b^{1+n}c^{-2})^{n-1}$

g) $\left[\frac{8x^{-k}y^2}{(xy)^{k-1}}\right]^{k+1}$ •h) $\frac{(2x^{-2} \cdot \sqrt{y^{-1}})^{-2n}}{\left[\left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot y^{n+1}\right]^2}$

21. a) $\left(\frac{x^{2n-1}}{y^{-3m}}\right)^{-3} : \left(\frac{y^{m-8}}{x^{n+2}}\right)^{-2}$

b) $\left(\frac{a^k b^{-m}}{c^n}\right)^{-2} : \left[\left(\frac{a^{2k-1}c^{n+2}}{b^{3m}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{a^{-k}b^{m+3}c^{3-2n}}\right)^2\right]$

22. a) $\frac{1}{x^n y^{n-2}} + \frac{1}{x^{n-2} y^n} + \frac{2}{x^{n-1} y^{n-1}}$

b) $\frac{a^2}{y^{m-1} z^{n-2}} - \frac{2a}{y^{m-2} z^{n-1}} + \frac{1}{y^{m-3} z^n}$

23. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?

a) $10^{-100} = 100^{-10}$ b) $10^{-100} = 100^{-50}$ c) $(-7^4)^3 = -(7^3)^4$
 d) $2^{-10} + 2^{-10} = 2^{-9}$ e) $3^{-11} + 3^{-11} + 3^{-11} = 9^{-5}$

24. Berechne:

a) $2 \cdot 10^{-7} + 7,1 \cdot 10^{-7} - 1,4 \cdot 10^{-7}$

b) $3 \cdot 10^{-7} + 1,2 \cdot 10^{-6}$ c) $0,5 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-2} - 1,5 \cdot 10^{-3}$

d) $0,0001 \cdot 10^{-1} + 0,001 \cdot 10^{-2} - 0,01 \cdot 10^{-3}$

25. Radiziere ohne Verwendung eines Taschenrechners:

a) $\sqrt{81 \cdot 10^{-4}}$ b) $\sqrt{8,1 \cdot 10^{-7}}$ c) $\sqrt{0,441 \cdot 10^{-3} \cdot 14,4 \cdot 10^{-5}}$

d) $\sqrt{4^{-4}}$ e) $\sqrt{10^{-100}}$ f) $\sqrt{100^{-10}}$

•26. $\left(\frac{x^{-2} - y^{-2}}{x + y}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{y - x}{x^{-1} + y^{-1}}\right)^4 : \left(\frac{x + y}{x^3 y^3}\right)^{-4}$

•27. $(1 - (ab^{-1})^{-1})^{-2} + (1 + (ba^{-1})^{-1})^{-2} + 2ab^{-1}(1 - (ba^{-1})^{-2})^{-1}$

$$32. \sqrt[3]{2\sqrt[4]{3}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4 \cdot 3}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4 \cdot 3}} = \sqrt[12]{48}$$

Drücke ebenso durch eine einzige Wurzel aus:

$$\text{a) } \sqrt{2\sqrt{3}} \quad \text{b) } \sqrt[3]{\frac{5}{\sqrt{5}}} \quad \text{c) } \sqrt{3\sqrt[3]{3}} \quad \text{d) } \sqrt{2\sqrt[5]{\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}}}$$

$$\text{e) } \sqrt{a\sqrt[3]{a}} \quad \text{f) } \sqrt[5]{b^{-4} \cdot \sqrt[4]{b}} \quad \text{g) } \sqrt[4]{a^3 b \sqrt[6]{a^5 b^3}} \quad \text{h) } \sqrt[5]{a^m \sqrt[3]{a^n \sqrt[4]{a^p}}}$$

$$\bullet 33. \text{ a) } 2\sqrt[3]{864} - 5\sqrt{33\frac{4}{5}} - 5\sqrt[3]{0,256} + 36\sqrt{\frac{225}{180}} - 8\sqrt[3]{7\frac{13}{16}}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{648} - 6\sqrt{\frac{32}{3}} - 18\sqrt[3]{\frac{64}{243}} + 32\sqrt{1\frac{19}{128}} + 20\sqrt[3]{0,192}$$

$$\bullet 34. \text{ a) } (4\sqrt[3]{54} - \frac{5}{4}\sqrt[3]{256} + \sqrt[3]{500})(3\sqrt[3]{108} - 5\sqrt[3]{128})$$

$$\text{b) } (6\sqrt[4]{432} - \sqrt[4]{243})(4\sqrt[4]{768} + 3\sqrt[4]{\frac{1}{3}} - 5\sqrt[4]{48})$$

$$35. \text{ a) } \sqrt[8]{4} + 9\sqrt[4]{\frac{32}{81}} - 8\sqrt[12]{\frac{1}{512}}$$

$$\text{b) } \sqrt[9]{8} + 5\sqrt[3]{0,128} + 3\sqrt[6]{\frac{4}{729}}$$

$$36. \text{ a) } 8\sqrt[8]{\frac{1}{16}} - 3\sqrt[3]{\sqrt{512}} + \sqrt[5]{4\sqrt{2}}$$

$$\text{b) } 6\sqrt[6]{\frac{1}{81}} + 2\sqrt[3]{3\sqrt[3]{243}} - 3\sqrt[2]{2\sqrt[3]{1,25}}$$

$$37. \text{ a) } 5\sqrt[8]{a^6} + 3\sqrt[4]{a^7} - 8\sqrt[12]{a^9}$$

$$\text{b) } 3\sqrt[12]{a^8} + 4\sqrt[3]{a^5} - 7\sqrt[15]{a^{10}}$$

$$\bullet 38. \text{ a) } \frac{3b^4\sqrt[4]{a^{13}}}{a^2\sqrt[3]{b}} - \frac{2b^2\sqrt[12]{a^{27}}}{a\sqrt[15]{b^{15}}}$$

$$\text{b) } \frac{x}{y} \cdot \sqrt[15]{\frac{x^{48}}{y^3}} + \frac{2y^2}{x^3} \cdot \sqrt[5]{\frac{x^{26}}{y^6}}$$

$$39. \text{ a) } \frac{\sqrt[12]{a^5}}{\sqrt[3]{a}} + \frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}} + 2\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[12]{a^{11}}}{\sqrt{a}}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[12]{a^5}} + \frac{a^2}{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a}} - 3\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a^3}}$$

$$40. \text{ a) } \sqrt[3]{x^3\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x^2\sqrt{x}\sqrt{x^5}}$$

$$\text{b) } \sqrt{y^3\sqrt{y}\sqrt{y}} : \sqrt[3]{y^2\sqrt[3]{y^2}}$$

2. Bestimme die nichtnegativen Lösungen folgender Gleichungen:

$$\text{a) } x^3 = 10^6$$

$$\text{b) } x^4 = (-10)^4$$

$$\text{c) } x^4 = (-2)^{12}$$

$$\text{d) } x^2 = 10^{-4}$$

$$\text{e) } x^5 = (-2)^{-10}$$

$$\text{f) } x^4 - 1 = 0$$

$$\text{g) } x^3 = 64 \cdot 10^3$$

$$\text{h) } x^3 = 3,43 \cdot 10^2$$

$$\text{i) } x^4 = 6,25 \cdot 10^6$$

$$\text{k) } x^5 = 32 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{l) } x^7 = 1,28 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{m) } x^2 = 1,156 \cdot 10^{-9}$$

• 3. Bestimme die nichtnegativen Lösungen folgender Gleichungen:

$$\text{a) } x^2 = a^4$$

$$\text{b) } x^3 = b^6$$

$$\text{c) } x^4 = 81a^8$$

$$\text{d) } x^2 = a^2$$

$$\text{e) } x^4 = b^{12}$$

$$\text{f) } x^6 = a^{-18}$$

Zu den Aufgaben 4 bis 13: Berechne die Logarithmen.

- 4.** a) $\log_5 25$ b) $\log_2 16$ c) $\log_{10} 10000$ d) $\log_{10} 10^n$
 e) $\log_2 1024$ f) $\log_7 343$ g) $\log_6 216$ h) $\log_4 256$
- 5.** a) $\log_3 (\frac{1}{3})$ b) $\log_{10} (\frac{1}{10})$ c) $\log_{11} (\frac{1}{121})$ d) $\log_5 (\frac{1}{625})$
 e) $\log_2 0,5$ f) $\log_2 0,125$ g) $\log_5 0,04$ h) $\log_{10} 0,01$
- 6.** a) $\log_{\frac{1}{2}} 8$ b) $\log_{\frac{1}{3}} 81$ c) $\log_{\frac{1}{11}} 121$ d) $\log_{\frac{1}{6}} 1296$
 e) $\log_{0,5} 128$ f) $\log_{0,2} 125$ g) $\log_{0,1} 0,001$ h) $\log_{0,01} 10^6$
- 7.** a) $\log_4 (\frac{16}{25})$ b) $\log_4 (\frac{25}{16})$ c) $\log_5 (\frac{25}{16})$ d) $\log_5 (\frac{16}{25})$
 e) $\log_2 (\frac{8}{343})$ f) $\log_4 (\frac{81}{256})$ g) $\log_{0,6} (\frac{625}{81})$ h) $\log_{1,25} 0,512$
- 8.** a) $\log_4 8$ b) $\log_{27} 81$ c) $\log_{25} 125$ d) $\log_{125} 25$
 e) $\log_{16} (\frac{1}{8})$ f) $\log_{\frac{1}{8}} 16$ g) $\log_{128} 1024$ h) $\log_{343} 49$
 i) $\log_{100} 1000$ k) $\log_{1000} 100$ l) $\log_{100} 0,1$ m) $\log_{0,01} 0,00001$
- 9.** a) $\log_{10} \sqrt{10}$ b) $\log_2 \sqrt[3]{2}$ c) $\log_5 \sqrt[11]{25}$ d) $\log_3 \sqrt[9]{81}$
 e) $\log_2 \sqrt[5]{\frac{1}{8}}$ f) $\log_6 \sqrt{\frac{1}{216}}$ g) $\log_{15} \left(\frac{1}{\sqrt[7]{225}} \right)$ h) $\log_8 \left(\frac{1}{\sqrt[5]{512}} \right)$
 i) $\log_{\frac{1}{7}} \sqrt{343}$ k) $\log_{\frac{1}{18}} \sqrt[7]{\frac{1}{324}}$ l) $\log_{0,1} \sqrt[4]{10}$ m) $\log_{0,2} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3125}} \right)$
- 10.** a) $\log_{\sqrt{3}} 3$ b) $\log_{\sqrt[3]{6}} (\frac{1}{36})$ c) $\log_{\sqrt[5]{2}} 64$ d) $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 125$
 e) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[7]{64}$ f) $\log_{\sqrt[4]{3}} \sqrt[5]{\frac{1}{27}}$ g) $\log_{\sqrt[5]{5}} \sqrt[3]{0,04}$ h) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt[9]{0,125}$
- 11.** a) $\log_6 216 - \log_{\frac{1}{6}} 216 + 2 \cdot \log_5 0,2 + \log_{0,2} (\frac{1}{25}) - \log_{0,1} 1$
 b) $\log_8 0,125 + \log_5 0,008 + \log_{0,4} 2,5 + \log_{0,01} 1000 + \log_{100} 0,001$
 c) $\log_2 \sqrt[3]{4} - \log_3 \sqrt[5]{27} - \log_2 (\frac{8}{27}) + \log_{0,6} \sqrt[4]{\frac{125}{27}} + \log_{1,5} 5 \frac{1}{16}$

4. Fasse zu einem einzigen Logarithmus zusammen:

- a) $\log_a 2 + \log_a 3$ b) $\log_a 5 - \log_a 7$ c) $\log_a 1 - \log_a 11 + \log_a 2$
d) $2 \log_a 16 - \log_a 8$ e) $3 \log_a 2 + \log_a 4$ f) $\log_a \sqrt[5]{243} - \log_a 6 + \log_a 2$

5. Alle Variablen vertreten positive Zahlen. Vereinfache:

- a) $\log_a u^3$ b) $\log_a 2c^4$ c) $\log_a \left(\frac{3}{vw}\right)^3$ d) $\log_a \left(\frac{u^2 v}{(2w)^3}\right)$
e) $\log_a \sqrt[4]{u}$ f) $\log_a \sqrt[6]{\frac{u^5}{v}}$ g) $\log_a \left(\frac{1}{\sqrt[3]{r^2 st}}\right)$ h) $\log_a (\sqrt[3]{p} \cdot \sqrt[4]{2q})^2$

6. Sind die folgenden Terme äquivalent?

- a) $\log_b x + 2$ und $\log_b (x + 2)$ b) $\log_b a^2$ und $(\log_b a)^2$
c) $\log_b (a^2)^3$, $(\log_b a^2)^3$ und $[(\log_b a)^2]^3$

7. Fasse zusammen:

- a) $2 \log_a m + 3 \log_a n$ b) $0,5 \log_a p^3 - \log_a \left(\frac{p^2}{\sqrt{q}}\right)$
c) $2 \log_a (c^2 \sqrt{cd}) - 4 \log_a \left(\frac{c}{d^2}\right)$ d) $\log_a c + 1$
e) $2 - \log_a (u^2 v)$ f) $\frac{1}{2} (\log_a m^2 n - 3) - \left(0,5 - \log_a \frac{\sqrt{n}}{m}\right)$

8. Berechne:

- a) $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$ b) $\log_6 4 + \log_6 9$ c) $\log_{15} 5 - \log_{15} 75$
d) $3 \log_{10} 5 + \log_{10} 8$ e) $2 \log_6 12 + \log_6 1,5$ f) $2 \log_{16} 3 - \log_{16} 72$

9. Vereinfache:

- a) $\log_3 (5 + 4) + \log_3 (5 - 4)$ b) $\log_2 (6 + 2) - \log_2 (6 - 2)$
c) $\log_5 (25 - 5) - \log_5 (125 - 25)$ d) $\log_7 (48 - 17 \cdot 2) + \log_7 (3 + 5^2)$
e) $\log_4 (2 + 4 + 8) - \log_4 (30 - 2)$ f) $\log_9 (9^2 + 9 \cdot 2) + \log_9 (27 + 270)$

10. Berechne:

- a) $\log_{a^3} a + \log_{a^3} a^2$ b) $\log_{a^2} a^3 + \log_{a^2} a$ c) $\log_a \sqrt[3]{a^5} - \log_a \sqrt[3]{a^2}$
d) $\log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{a} + \log_{\sqrt{a}} \sqrt[6]{a}$ e) $\log_a \sqrt{a} - 2 \log_a \sqrt[3]{a} + \log_a \sqrt[6]{a}$

11. Bestimme die Lösungsmenge.

- a) $\log_2 (2x + 6) - \log_2 (x - 2) = 2$
b) $\log_7 (x + 4) + \log_7 (x - 2) = 1$
c) $\log_3 (x + 8) + \log_3 (x + 9) = \log_3 (13x + 93)$