Übungsaufgaben Nr. 2 zur Mathematik, SoSe 2010

Aufgabe 1
Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich:

$$\sqrt[8]{\left(\sqrt{(a+1)^5}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+a}}-(1-a)^2+\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot(-\sqrt{a^3})\right)^2}$$

Aufgabe 2
Bestimmen Sie den Term der Umkehrfunktion, sowie deren Definitionsbereich und Wertebereich, zu folgender Funktion:

$$f(x)=\frac{1+2x}{\sqrt{x+1+x}}+5$$

Aufgabe 3
Die Punkte $A(5/3/1)$ und $C(1/3/5)$ sind zwei Eckpunkte eines Quadrats, dessen Fläche parallel zur x_1x_3-Ebene liegt.

1. Bestimmen Sie die Koordinaten der fehlenden Eckpunkte B und D.
2. Zusammen mit dem Punkt S bilden die Punkte A, B, C und D die Eckpunkte einer Pyramide. S liegt in positiver x_2-Richtung 5LE senkrecht über dem Mittelpunkt M der Strecke $\overline{BD}$. Bestimmen Sie die Koordinaten von S.
3. Zeichnen Sie die Pyramide in ein geeignetes Koordinatensystem (1LE entspreche 2cm).
4. Der Vektor $\overrightarrow{AS}$ schließt mit der Grundfläche einen Winkel ein. Bestimmen Sie das Maß dieses Winkels in Grad.
5. Welches Bogenmaß besitzt der Winkel, mit dem die Seite CDS gegenüber der Grundfläche der Pyramide geneigt ist?
6. Der Punkt Q liege auf der Strecke $\overline{CS}$. Dei Länge der Strecke $\overline{QS}$ sei mit der Variablen x bezeichnet. Welchen Wert muss die Variable x annehmen, damit der Vektor $\overrightarrow{QM}$ senkrecht auf dem Vektor $\overrightarrow{CS}$ steht?

Aufgabe 4

Überprüfen Sie, ob die folgende Vektorgruppe eine Basis des $\mathbb{R}^4$ darstellt

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \qquad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}, \qquad \vec{z} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$$